PHYSICS

1. **(b):** चूँकि $I = \frac{dQ}{dt}$

$dQ = Idt$

$dQ = (2\,t^2 - 3\,t + 1)dt$

$$\int dQ = \int_{t=3}^{t=5} (2t^2 - 3t + 1)dt$$

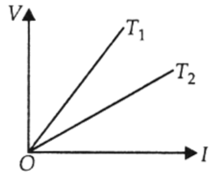
$$Q = \left[\frac{2t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} + t\right]_3^5$$

$$= \left[\frac{2}{3}(5^3 - 3^3) - \frac{3}{2}(5^2 - 3^2) + (5-3)\right]$$

$$= \left[\frac{2}{3}(125-27) - \frac{3}{2}(25-9) + 2\right]$$

$= 43.34$ C

2. **(a):**



$V - I$ ग्राफ का ढाल दिये गये ताप पर चालक का प्रतिरोध देता है। ग्राफ से, यह पालन करता है कि ताप T_1 पर चालक का प्रतिरोध ताप T_2 से अधिक होता है। चूँकि चालक का प्रतिरोध उच्च ताप पर अधिक होता है तथा निम्न ताप पर कम होता है, अत: $T_1 > T_2$।

3. **(a):** ओम का नियम $V = IR$ सीधी रेखा का समीकरण होता है। अत: ओमीय चालकों के लिए $I - V$ अभिलाक्षणिक भी एक सीधी रेखा है तथा इसका ढाल चालक के प्रतिरोध को दर्शाता है।

4. **(d):** $2\,\Omega$ में धारा, $I_1 = \frac{2I}{3}$

प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा,

$$H_1 = I_1^2 \times 2 = \left(\frac{2I}{3}\right)^2 \times 2 = \frac{8I^2}{9}$$

$4\,\Omega$ में धारा, $I_2 = \frac{I}{3}$

प्रति सेकण्ड उत्पन्न ऊष्मा,

$$H_2 = I_2{}^2 \times 4 = \left(\frac{I}{3}\right)^2 \times 4 = \frac{4I^2}{9}$$

$3\,\Omega$ में धारा $= I$

उत्पन्न ऊष्मा, $H_3 = I^2 \times 3 = 3\,I^2 = \frac{27I^2}{9}$

$\therefore\; H_1 : H_2 : H_3 = 8 : 4 : 27$

5. **(a):** $20\,\Omega$ में विभवान्तर $= 20 \times 1 = 20$ V $= R_2$ में विभवान्तर

R_2 में धारा $= 0.5$ A

$$\therefore\; R_2 = R_2 = \frac{20\text{ V}}{0.5\text{ A}} = 40\,\Omega = 40\,\Omega$$

R_1 में विभवान्तर $= 69$ V $- 20$ V $= 49$ V

R_1 में धारा $= 0.5\text{ A} + \frac{20}{10} + 1\text{ A} = 3.5$ A

$$\therefore\; R_1 = \frac{49}{3.5} = 14\,\Omega$$

6. **(a):** वलय का प्रति एकांक लम्बाई प्रतिरोध,

$$\rho = \frac{R}{2\pi r}$$

ADB एवं ACB खण्डों की लम्बाई $r\theta$ एवं $r(2\pi - \theta)$ हैं।

$\therefore$ ADB खण्ड का प्रतिरोध, $R_1 = \rho r\theta = \frac{R}{2\pi r} r\theta = \frac{R\theta}{2\pi}$

तथा ACB खण्ड का प्रतिरोध, $R_2 = \rho r\,(2\pi - \theta)$

$$= \frac{R}{2\pi r} r(2\pi - \theta) = \frac{R(2\pi - \theta)}{2\pi}$$

अत: R_1 एवं R_2 को A एवं B के मध्य समानान्तर क्रम में जोड़ा जाता है, तो

$$R_{\text{समतुल्य}} = \frac{R_1R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\frac{R\theta}{2\pi} \times \frac{R(2\pi-\theta)}{2\pi}}{\frac{R\theta}{2\pi} + \frac{R(2\pi-\theta)}{2\pi}} = \frac{\frac{R\theta \times R(2\pi-\theta)}{(2\pi)^2}}{\frac{R\theta + R(2\pi-\theta)}{2\pi}}$$

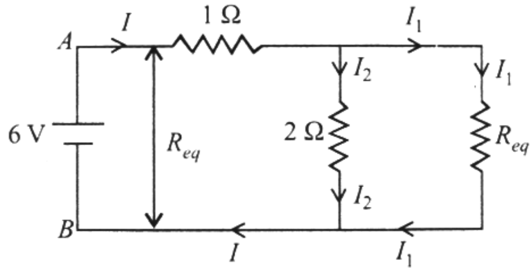
$$= \frac{R\theta(2\pi-\theta)}{4\pi^2}$$

$\theta = 45° = \frac{\pi}{4}$ rad तथा $R = 15\,\Omega$ रखने पर,

$$R_{\text{समतुल्य}} = \frac{15 \times \frac{\pi}{4} \times \left(2\pi - \frac{\pi}{4}\right)}{4\pi^2} = \frac{\frac{15\pi}{4}\left(\frac{7\pi}{4}\right)}{4\pi^2}$$

$$= \frac{105}{64}\,\Omega = 1.64\,\Omega$$

7. **(b):** तुल्य परिपथ है,



$$R_{\text{समतुल्य}} = 1 + \frac{2 \times R_{\text{समतुल्य}}}{(2 + R_{\text{समतुल्य}})} = \frac{2 + 3R_{\text{समतुल्य}}}{2 + R_{\text{समतुल्य}}}$$

अर्थात् $R^2_{\text{समतुल्य}} - R_{\text{समतुल्य}} - 2 = 0$

$$\Rightarrow R_{\text{समतुल्य}} = \frac{1}{2}\left[1 \pm \sqrt{1+8}\right] = 2\,\Omega$$

8. **(a):** A एवं B के मध्य तुल्य प्रतिरोध के लिए, $5\,\Omega$ एवं $8\,\Omega$ प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है। R', उनके तुल्य प्रतिरोध $6\,\Omega$ के समानान्तर है।

$\therefore\quad R' = 5 + 8 = 13\,\Omega$

तथा $\quad \frac{1}{R''} = \frac{1}{13} + \frac{1}{6} = \frac{6+13}{78} = \frac{19}{78}$

$$R'' = \frac{78}{19}$$

अब $4\,\Omega$, R'' एवं $5\,\Omega$ प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है, तो A एवं B के बीच तुल्य प्रतिरोध

$$R_{\text{समतुल्य}} = 4 + \frac{78}{19} + 5 = \frac{76 + 78 + 95}{19} = 13.1\,\Omega$$

9. **(c):** $3\,\Omega$ एवं $2\,\Omega$ के संयोजन के प्रत्येक भाग में अलग-अलग प्रतिरोधों को अलग-अलग श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है।

$\therefore R' = 3 + 3 = 6\,\Omega$ तथा $R'' = 2 + 2 = 4\,\Omega$

R' एवं R'' को समानान्तर क्रम में जोड़ा जाता है।

$\therefore$ प्रथम भाग के लिए $\dfrac{1}{R_{\text{समतुल्य}_1}} = \dfrac{1}{6} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{2+3}{12} = \dfrac{5}{12}$

$R_{\text{समतुल्य}_1} = \dfrac{12}{5}\,\Omega$, इसी प्रकार दूसरे एवं तीसरे भाग के लिए,

$R_{\text{समतुल्य}_2} = \dfrac{12}{5}\,\Omega$ तथा $R_{\text{समतुल्य}_3} = \dfrac{12}{5}\,\Omega$

अब भाग श्रेणीक्रम में जुड़े हैं तो संयोजन का कुल प्रतिरोध,

$$R_{\text{समतुल्य}} = R_{\text{समतुल्य}_1} + R_{\text{समतुल्य}_2} + R_{\text{समतुल्य}_3}$$

$$\therefore \quad R_{\text{समतुल्य}} = \frac{12}{5} + \frac{12}{5} + \frac{12}{5} = \frac{36}{5}\,\Omega$$

10. **(b):** दिये गये परिपथ के अनुसार $10\,\Omega$ एवं $10\,\Omega$ प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है।

$\therefore \quad R' = 10 + 10 = 20\,\Omega$

पुनः $10\,\Omega$ एवं $10\,\Omega$ प्रतिरोधों को श्रेणीक्रम में जोड़ा जाता है।

$\therefore \quad R'' = 10 + 10 = 20\,\Omega$

R', R'' एवं $10\,\Omega$ सभी को समानान्तर क्रम में जोड़ा जाता है, तो

$$\frac{1}{R_{\text{समतुल्य}}} = \frac{1}{R'} + \frac{1}{R''} + \frac{1}{10} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10} = \frac{1+1+2}{20}$$

$$= \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

$$R_{\text{समतुल्य}} = 5\,\Omega$$

11. **(a):** समानान्तर क्रम संयोजन में,

$$\frac{\varepsilon_{\text{समतुल्य}}}{r_{\text{समतुल्य}}} = \frac{\varepsilon_1}{r_1} + \frac{\varepsilon_2}{r_2} + \ldots\ldots + \frac{\varepsilon_n}{r_n}$$

$$\frac{1}{r_{\text{समतुल्य}}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots\ldots + \frac{1}{r_n}$$

$(\because \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \ldots\ldots = \varepsilon_n = \varepsilon$ एवं $r_1 = r_2 = r_3 = \ldots\ldots r_n = r)$

$$\therefore \quad \frac{\varepsilon_{\text{समतुल्य}}}{r_{\text{समतुल्य}}} = \frac{\varepsilon}{r} + \frac{\varepsilon}{r} + \ldots\ldots + \frac{\varepsilon}{r} = n\frac{\varepsilon}{r} \qquad \ldots(i)$$

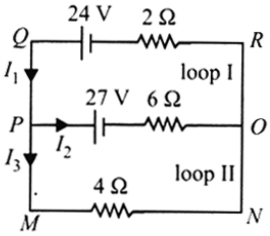
$$\frac{1}{r_{\text{समतुल्य}}} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots\ldots + \frac{1}{r} = \frac{n}{r}$$

$$r_{\text{समतुल्य}} = r/n \qquad \ldots(ii)$$

(i) व (ii) से,

$$\varepsilon_{\text{समतुल्य}} = n\frac{\varepsilon}{r} \times r_{eq} = n \times \frac{\varepsilon}{r} \times \frac{r}{n} = \varepsilon$$

12. **(a):**



किरचॉफ का वोल्टेज नियम लगाने पर,

I लूप में, $-27 - 6I_2 - 2I_1 + 24 = 0$

$$6I_2 + 2I_1 = -3 \qquad \ldots(i)$$

II लूप में, $-27 - 6I_2 + 4I_3 = 0$

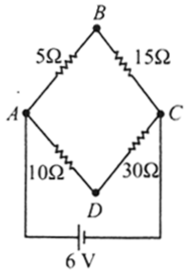
$$6I_2 - 4I_3 = -27 \qquad \ldots(ii)$$

संधि P पर, $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ $\qquad \ldots(iii)$

समीकरण (i), (ii) एवं (iii) को हल करने पर,

$I_1 = 3\text{ A}, I_2 = -3/2\text{ A}, I_3 = 9/2\text{ A}$

13. **(a):** दिया गया चित्र चित्रानुसार संतुलित व्हीटस्टोन सेतु का एक परिपथ है।



बिन्दु B एवं D समान विभव पर होंगे।

अर्थात् $V_B - V_D = 0$ वोल्ट

14. **(a):** माना I, PQR में प्रवाहित होने वाली धारा है तो PSR में प्रवाहित होने वाली धारा $(2 - I)$ A है। अब चूँकि, धारामापी कोई विक्षेप नहीं दर्शाता है तो PQR भुजा में वोल्टता PSR भुजा में वोल्टता के समान होती है।

$$I(4+2) = (2-I)(10+5)$$

$$6I = 30 - 15I$$

$$21I = 30 \Rightarrow I = \frac{30}{21} = \frac{10}{7}\text{ A}$$

अतः, $2\,\Omega$ प्रतिरोधक में धारा $\dfrac{10}{7}$ A है।

15. **(b):** माना I भुजा DAB में प्रवाहित होने वाली धारा है, तो DCB में प्रवाहित होने वाली धारा $(8 - I)$ होगी। तब,

$I(5+6) = (8-I)(4+2)$

$11I = 8 \times 6 - 6I$

$17I = 48$

$\therefore \quad I = \dfrac{48}{17}$ A

$5\,\Omega$ प्रतिरोध में वोल्टता

$$V_D - V_A = I \times R = \frac{48}{17} \times 5 = \frac{240}{17}\text{ V} \qquad \ldots(i)$$

$4\,\Omega$ प्रतिरोध में वोल्टेज

$$V_D - V_C = (8 - I) \times 4 \qquad \ldots(ii)$$

(i) में से (ii) को घटाने पर,

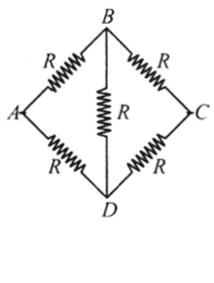
$$V_D - V_A - (V_D - V_C) = \frac{240}{17} - \frac{352}{17} \qquad \ldots(iii)$$

$\Rightarrow \quad V_A - V_C = -6.6\text{ V} \Rightarrow V_C - V_A = 6.6\text{ V}$

16. **(c):** दिये गये परिपथ को चित्रानुसार पुनः बनाया गया है। BC एवं CD के मध्य जुड़े प्रतिरोध श्रेणीक्रम में हैं। इसलिए इसका तुल्य प्रतिरोध $2R$ है। BD के मध्य जुड़े प्रतिरोध $2R$ एवं प्रतिरोध R समानान्तर क्रम में हैं।

माना इसका तुल्य प्रतिरोध R_1 है।

$\therefore \quad \dfrac{1}{R_1} = \dfrac{1}{2R} + \dfrac{1}{R}$ या $R_1 = \dfrac{2}{3}R$



AD के मध्य जुड़े प्रतिरोध R_1 एवं प्रतिरोध R श्रेणीक्रम में हैं। माना इसका तुल्य प्रतिरोध R_2 है।

$\therefore \quad R_2 = R + \frac{2}{3}R = \frac{5}{3}R$

AB के मध्य जुड़े प्रतिरोध R_2 एवं प्रतिरोध R समानान्तर क्रम में हैं। अत:, AB के मध्य तुल्य प्रतिरोध $R_{समतुल्य}$ है।

$\therefore \quad \frac{1}{R_{समतुल्य}} = \frac{1}{\frac{5}{3}R} + \frac{1}{R}$ या $R_{समतुल्य} = \frac{5R}{8}$

17. **(b):** विभवमापी तार AB में धारा,

$$I = \frac{6}{20+10} = 0.2\text{ A}$$

विभवमापी तार में विभवान्तर है,

$V =$ धारा $\times$ प्रतिरोध $= 0.2 \times 20 = 4$ V

तार की लम्बाई $l = 200$ cm है, इसलिए, तार के अनुदिश विभव प्रवणता है,

$$k = \frac{V}{l} = \frac{4}{200} = 0.02\text{ V cm}^{-1}$$

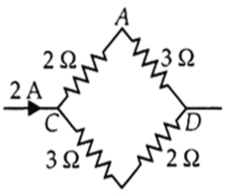
2.4 V वि.वा.ब. विभवमापी तार की लम्बाई L के विरुद्ध संतुलित है,

अर्थात् $2.4 = kL$

या $L = \frac{2.4}{k} = \frac{2.4}{0.02} = 120$ cm

18. **(a):** प्रतिरोध R में वृद्धि के कारण तार में धारा कम होगी तथा इसलिए विभव प्रवणता भी घटती है, जो संतुलन लम्बाई में वृद्धि में परिणामित है। इसलिए J, B की ओर परिवर्तित होगा।

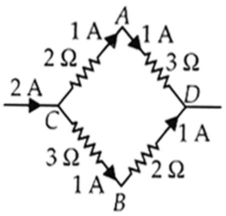
19. **(a):**



ऊपरी भुजा CAD का प्रतिरोध $= 2\,\Omega + 3\,\Omega = 5\,\Omega$

निचली भुजा CBD का प्रतिरोध $= 3\,\Omega + 2\,\Omega = 5\,\Omega$

चूँकि दोनों भुजाओं का प्रतिरोध समान है, इसलिए धारा की समान मात्रा दोनों भुजाओं में प्रवाहित होती है।



प्रत्येक भुजा CAD या CBD में धारा $= 1$ A

C एवं A में विभवान्तर,

$$V_C - V_A = (2\,\Omega)(1\text{ A}) = 2\text{ V} \quad \text{...(i)}$$

C एवं B में विभवान्तर,

$$V_C - V_B = (3\,\Omega)(1\text{ A}) = 3\text{ V} \quad \text{...(ii)}$$

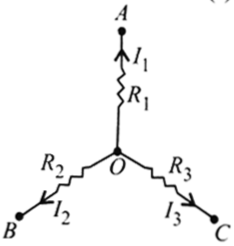
(ii) से (i) को घटाने पर,

$$V_A - V_B = 3\text{ V} - 2\text{ V} = 1\text{ V}$$

20. **(b):** O पर संधि नियम लगाने पर

$$-I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

अर्थात्, $I_1 + I_2 + I_3 = 0$ ...(i)



माना, V_0 बिन्दु O पर विभव है।

प्रतिरोध क्रमशः R_1, R_2 एवं R_3 के लिए ओम् के नियम से,

$(V_0 - V_1) = I_1 R_1$; $(V_0 - V_2) = I_2 R_2$

तथा $(V_0 - V_3) = I_3 R_3$

या $I_1 = \frac{(V_0 - V_1)}{R_1}$; $I_2 = \frac{(V_0 - V_2)}{R_2}$; $I_3 = \frac{(V_0 - V_3)}{R_3}$

समीकरण (i) में I_1, I_2 एवं I_3 के इन मानों को रखने पर,

$$V_0\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right] - \left[\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right] = 0$$

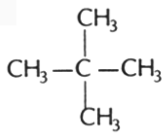
$$V_0 = \left[\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}\right]\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right]^{-1}$$

21	2	22	5	23	4	24	5	25	6

CHEMISTRY

26. (*d*)

27. (*c*)

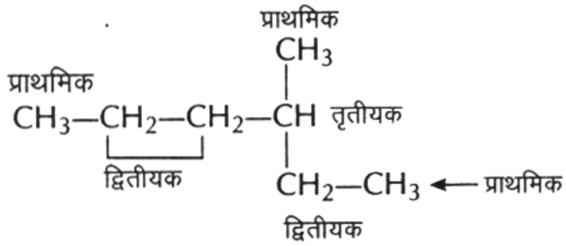


निओ-पेन्टेन

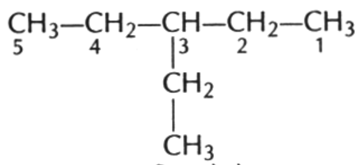
उपरोक्त संरचना से स्पष्ट होता है कि समस्त हाइड्रोजन परमाणु, प्राथमिक C-परमाणु से जुड़े हुए हैं अतः ये प्राथमिक हाइड्रोजन हैं।

28. (*b*) वे चक्रीय कार्बनिक यौगिक जिनके गुण ऐलिफैटिक यौगिकों के समान होते हैं, ऐलिसाइक्लिक यौगिक कहलाते हैं।

29. (*b*)



30. (*b*)



3-एथिल पेन्टेन

इस यौगिक का अस्तित्व है।

31. (*d*) आई.यू.पी.ए.सी. पद्धति के अनुसार, किसी यौगिक का आई.यू.पी.ए.सी. नाम जहाँ तक सम्भव हो सके एक शब्द में ही लिखा जाना चाहिए।

32. (*a*) मुख्य क्रियात्मक समूहों की वरीयता का चयन निम्न क्रम के अनुसार करते हैं

कार्बोक्सिलिक अम्ल > सल्फोनिक अम्ल > ऐनहाइड्राइड > एस्टर > अम्ल हैलाइड > अम्ल ऐमाइड > नाइट्राइल > ऐल्डिहाइड > कीटोन > ऐल्कोहॉल > ऐमीन

33. (*d*) $\underset{6}{CH_3}-\underset{5}{CH_2}-\underset{4}{C}\equiv\underset{3}{C}-\underset{2}{CH}=\underset{1}{CH_2}$

हेक्स-1-ईन-3-आइन

[∴ नामकरण करते समय द्विआबन्ध को त्रिआबन्ध से पहले वरीयता दी जाती है।]

34. (*d*) $\underset{5}{CH_3}-\underset{4}{\overset{O}{\overset{\|}{C}}}-\underset{3}{CH_2}-\underset{2}{CH_2}-\underset{1}{\overset{O}{\overset{\|}{C}}}-OH$

4-ऑक्सो पेन्टेनोइक अम्ल

35. (*c*) $-\overset{|}{\underset{|}{C}}-\overset{|}{\underset{|}{N}}$ समूह को ऐमीनो तथा $-\underset{|}{C}=\underset{|}{N}$ समूह को ईमीनो कहते हैं।

$$\overset{1}{CH_3}-\overset{2}{CH_2}-\overset{3}{\underset{\underset{N-OH}{\|}}{C}}-\overset{4}{CH_2}-\overset{5}{CH_3}$$

N-हाइड्रॉक्सी-3-ईमीनोपेन्टेन

36. (*b*) कार्बनिक यौगिक में कार्बन शृंखला में पूर्वलग्न का अंकन करते समय वरीयता का क्रम निम्न है

ब्रोमो > क्लोरो > आयोडो

$$\overset{1}{CH_3}-\overset{2}{\underset{Cl}{\underset{|}{CH}}}-\overset{3}{\underset{Br}{\underset{|}{CH}}}-\overset{4}{\underset{I}{\underset{|}{CH}}}-\overset{5}{CH_2}-\overset{6}{CH_3}$$

3-ब्रोमो-2-क्लोरो-4-आयोडोहेक्सेन

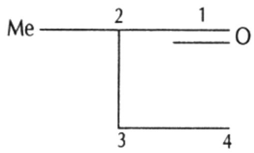
37. (*a*) $\underset{COOH}{\underset{|}{\overset{1}{CH_2}}}-\underset{COOH}{\underset{|}{\overset{OH}{\overset{|}{\overset{2}{C}}}}}-\underset{COOH}{\underset{|}{\overset{3}{CH_2}}}$

2-हाइड्रॉक्सी प्रोपेन -1,2,3-ट्राइकार्बोक्सिलिक अम्ल

38. (*c*) $\underset{CN}{\underset{|}{\overset{1}{CH_2}}}-\underset{CN}{\underset{|}{\overset{2}{CH}}}-\overset{3}{CH_2}-\underset{CN}{\underset{|}{\overset{4}{CH_2}}}$

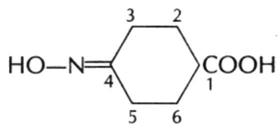
ब्यूटेन-1,2,4-ट्राइकार्बोनाइट्राइल

39. *b*)



2-मेथिल ब्यूटेनल

40. (*d*)



4-(N-हाइड्रॉक्सी) ईमीनो साइक्लोहेक्सेन-1-कार्बोक्सिलिक अम्ल

41. (*c*) 42. (*a*) 43. (*d*)

44. (*d*) ब्यूटेन-2-ऑन $CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_2-CH_3$ तथा डाइएथिल ईथर $CH_3CH_2-O-CH_2-CH_3$ समावयवी नहीं हैं क्योंकि दोनों का अणुसूत्र समान नहीं है।

45. (*d*) ब्यूट-2-ईन तथा ब्यूट-1-आईन का अणुसूत्र समान नहीं है अतः दोनों समावयवी नहीं हैं।

$$\underset{\substack{\text{ब्यूट -1-आईन} \\ (C_4H_6)}}{CH_3-CH_2-C\equiv CH} \qquad \underset{\substack{\text{ब्यूट -2-आईन} \\ (C_4H_8)}}{CH_3-CH=CH-CH_3}$$

46. (*b*)

47. (*a*) $CH_3COC_3H_7$ मध्यायवता प्रदर्शित करता है।

$$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_2CH_2CH_3,$$

$$CH_3-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-\overset{CH_3}{\overset{|}{CH}}-CH_3 \quad \text{तथा} \quad CH_3CH_2-\overset{O}{\overset{\|}{C}}-CH_2CH_3$$

48. (*b*) ऐल्केन, बिना क्रियात्मक समूह वाले संतृप्त हाइड्रोकार्बन होते हैं अतः ये शृंखला समावयवता ही प्रदर्शित कर सकते हैं।

49. (*b*) (I) $H-\underset{H}{\underset{|}{\overset{H}{\overset{|}{C}}}}-\underset{Cl}{\underset{|}{\overset{H}{\overset{|}{C}}}}-Cl$ (1,1-डाइक्लोरो एथेन)

(II) $H-\underset{Cl}{\underset{|}{\overset{H}{\overset{|}{C}}}}-\underset{Cl}{\underset{|}{\overset{H}{\overset{|}{C}}}}-H$ (1, 2-डाइक्लोरो एथेन)

दोनों स्थान समावयवी हैं।

50. (*d*) ऐल्काइनो को छोड़कर, शृंखला समावयवता प्रदर्शित करने के लिए अणु में चार या चार से अधिक कार्बन परमाणु होने चाहिए।

MATHEMATICS

51. (*c*) माना $\mathbf{a}=\hat{\mathbf{i}}+3\hat{\mathbf{j}}+7\hat{\mathbf{k}}$ तथा $\mathbf{b}=7\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}+8\hat{\mathbf{k}}$, तब $\mathbf{b}$ पर $\mathbf{a}$ का प्रक्षेप

$$\frac{\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}}{|\mathbf{b}|}=\left\{\frac{(\hat{\mathbf{i}}+3\hat{\mathbf{j}}+7\hat{\mathbf{k}})\cdot(7\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}+8\hat{\mathbf{k}})}{\sqrt{7^2+(-1)^2+8^2}}\right\}$$

$$=\left\{\frac{1\times7+3\times(-1)+7\times8}{(\sqrt{49+1+64}}\right\}=\frac{7-3+56}{\sqrt{114}}=\frac{60}{\sqrt{114}}$$

अतः सदिश $(\hat{\mathbf{i}}+3\hat{\mathbf{j}}+7\hat{\mathbf{k}})$ का सदिश $(7\hat{\mathbf{i}}-\hat{\mathbf{j}}+8\hat{\mathbf{k}})$ पर प्रक्षेप $\frac{60}{\sqrt{114}}$ है।

52. (*a*) दिया है, $(\mathbf{a}+\mathbf{b})\cdot(\mathbf{a}-\mathbf{b})=8$ तथा $|\mathbf{a}|=8|\mathbf{b}|$

$\Rightarrow \quad \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}-\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}-\mathbf{b}\cdot\mathbf{b}=8$

$\Rightarrow \quad |\mathbf{a}|^2-|\mathbf{b}|^2=8 \quad (\because \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}=|\mathbf{a}|^2$ तथा $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a})$

$\Rightarrow \quad (8|\mathbf{b}|)^2-|\mathbf{b}|^2=8 \Rightarrow 63|\mathbf{b}|^2=8$ (दिया है, $|\mathbf{a}|=8|\mathbf{b}|$)

$\Rightarrow \quad |\mathbf{b}|=\sqrt{\frac{8}{63}}=\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{7}}$

तथा $\quad |\mathbf{a}|=8|\mathbf{b}|=8\left(\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{7}}\right)=\frac{16}{3}\sqrt{\frac{2}{7}}$

53. (*c*) यदि $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ तथा $\mathbf{c}$ एक मात्रक सदिश है, तब $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=|\mathbf{c}|=1$ का प्रयोग करते हुए $(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})$ का विस्तार करके हम $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}$ का मान ज्ञात करेंगे।

दिया है, $|\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=|\mathbf{c}|=1$ तथा $\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c}=0$

$\because (\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})=0$

$\Rightarrow \quad \mathbf{a}\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})+\mathbf{b}\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})+\mathbf{c}\cdot(\mathbf{a}+\mathbf{b}+\mathbf{c})=0$

$\Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{a}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{a}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{a}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{c}=0$

$\Rightarrow \quad |\mathbf{a}|^2+|\mathbf{b}|^2+|\mathbf{c}|^2+2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{a})=0$

$(\because \mathbf{a}\cdot\mathbf{a}=|\mathbf{a}|^2$ और $\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}=\mathbf{b}\cdot\mathbf{a})$

$\Rightarrow \quad 1+1+1+2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{a})=0 \quad (\because |\mathbf{a}|=|\mathbf{b}|=|\mathbf{c}|=1)$

$\Rightarrow \quad 3+2(\mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{a})=0 \Rightarrow \mathbf{a}\cdot\mathbf{b}+\mathbf{b}\cdot\mathbf{c}+\mathbf{c}\cdot\mathbf{a}=-\frac{3}{2}$

54. (*d*) माना *XY*- तल में *OP*, *X*- अक्ष से 30°, *Y*-अक्ष से 60° तथा *Z*- अक्ष से 90° का कोण बनाता है।

अतः *OP* सदिश की दिक् कोज्याएँ $\cos 30°$, $\cos 60°$ तथा $\cos 90°$ हैं।

अर्थात् $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, 0$ अतः $\mathbf{OP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\hat{\mathbf{i}}+\frac{1}{2}\hat{\mathbf{j}}$

$$|\mathbf{OP}| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

जोकि XY-तल में अभीष्ट मात्रक सदिश हैं।

55. (b) दिया है, $\lambda\mathbf{b} + \mathbf{c} = \lambda(\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} - 2\hat{\mathbf{k}}) + (\hat{\mathbf{i}} + 3\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}})$

$$= (\lambda + 1)\hat{\mathbf{i}} + (\lambda + 3)\hat{\mathbf{j}} - (2\lambda + 1)\hat{\mathbf{k}}$$

$\because \quad \mathbf{a} \perp (\lambda\mathbf{b} + \mathbf{c}), \mathbf{a} \cdot (\lambda\mathbf{b} + \mathbf{c}) = 0$

$\Rightarrow \quad (2\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}) \cdot [(\lambda + 1)\hat{\mathbf{i}} + (\lambda + 3)\hat{\mathbf{j}} - (2\lambda + 1)\hat{\mathbf{k}}] = 0$

$\Rightarrow \quad 2(\lambda + 1) - (\lambda + 3) - (2\lambda + 1) = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda = -2$

56. (a) सदिश $\mathbf{a}$ पर $\mathbf{b}$ का प्रक्षेप

$$\frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{b}|} = \frac{(2\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}) \cdot (\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}})}{\sqrt{1 + 4 + 4}} = \frac{2}{3}$$

57. (a) दिया गया सदिश $\lambda\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}, \hat{\mathbf{i}} + \lambda\hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}$ तथा $2\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} + \lambda\hat{\mathbf{k}}$

समतलीय है, तब $\begin{vmatrix} \lambda & 1 & 2 \\ 1 & \lambda & -1 \\ 2 & -1 & \lambda \end{vmatrix} = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda(\lambda^2 - 1) - (\lambda + 2) + 2(-1 - 2\lambda) = 0$

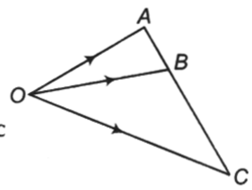
$\Rightarrow \quad \lambda^3 - \lambda - \lambda - 2 - 2 - 4\lambda = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda^3 - 6\lambda - 4 = 0$

$\Rightarrow \quad \lambda^2(\lambda + 2) - 2\lambda(\lambda + 2) - 2(\lambda + 2) = 0$

$\Rightarrow \quad (\lambda + 2)(\lambda^2 - 2\lambda - 2) = 0, \lambda = -2$

58. (a) माना दिए गए बिन्दु A, B, C है, माना O मूलबिन्दु है



तब, $\quad \mathbf{OA} = \mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}$

$\mathbf{OB} = 2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - 4\mathbf{c}$

तथा $\quad \mathbf{OC} = -7\mathbf{b} + 10\mathbf{c}$

अब, $\quad \mathbf{AC} = \mathbf{OC} - \mathbf{OA}$

$= (-7\mathbf{b} + 10\mathbf{c}) - (\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c})$

$= -\mathbf{a} - 5\mathbf{b} + 7\mathbf{c}$

$\mathbf{AB} = \mathbf{OB} - \mathbf{OA}$

$= (2\mathbf{a} + 3\mathbf{b} - 4\mathbf{c}) - (\mathbf{a} - 2\mathbf{b} + 3\mathbf{c}) = \mathbf{a} + 5\mathbf{b} - 7\mathbf{c}$

$\therefore \quad \mathbf{AB} = -\mathbf{AC} = (-1) \times \mathbf{AC} =$ अदिश $\times \mathbf{AC}$

अतः बिन्दु A, B, C समरेखीय हैं।

59. (b) हमें दिया है, $[\mathbf{a} + \mathbf{b}\ \mathbf{b} + \mathbf{c}\ \mathbf{c} + \mathbf{a}]$

$= \{(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{b} + \mathbf{c})\} \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a})$

$= (\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{b} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a})$

$= (\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot (\mathbf{c} + \mathbf{a}) \quad (\because \mathbf{b} \times \mathbf{b} = 0)$

$= (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} + (\mathbf{a} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{c} + (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{c}$

$\quad + (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{a} + (\mathbf{a} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a} + (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a}$

$= [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}] + 0 + 0 + 0 + 0 + [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{a}]$

$(\because [(\mathbf{a}\ \mathbf{c}\ \mathbf{c}] = 0, [\mathbf{b}\ \mathbf{c}\ \mathbf{c}] = 0, [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{a}] = 0, [\mathbf{a}\ \mathbf{c}\ \mathbf{a}] = 0)$

$= [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}] + [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}] = 2[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]$

60. (c) $(\mathbf{d} + \mathbf{a}) \cdot [\mathbf{a} \times \{\mathbf{b} \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d})\}]$

$= (\mathbf{d} + \mathbf{a}) \cdot [\mathbf{a} \times \{(\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})\mathbf{c} - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})\mathbf{d}\}]$

$= (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})[\mathbf{d} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{c})] - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})[\mathbf{d} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{d})]$

$\quad + (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})[\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{c})] - (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})[\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{d})]$

$= (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})[\mathbf{d}\ \mathbf{a}\ \mathbf{c}] = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{d})[\mathbf{a}\ \mathbf{c}\ \mathbf{d}]$

61. C

62. (c) $[\mathbf{b} \times \mathbf{c}\ \mathbf{c} \times \mathbf{a}\ \mathbf{a} \times \mathbf{b}]$

$= [(\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot [(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})]$

$= (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot [\{(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{b}\}\mathbf{a} - \{(\mathbf{c} \times \mathbf{a}) \cdot \mathbf{a}\}\mathbf{b}]$

$= (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot [(\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{b})\mathbf{a} - (\mathbf{c}\ \mathbf{a}\ \mathbf{a})\mathbf{b}]$

$= (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \cdot \mathbf{a}[\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}] - 0$

$= [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}][\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}] = [\mathbf{a}\ \mathbf{b}\ \mathbf{c}]^2$

63. (c) अभिलम्ब रूप में समतल की समीकरण

$$\frac{xx_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} + \frac{yy_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} + \frac{zz_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}$$

$\therefore \quad xx_1 + yy_1 + zz_1 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$

64. (a) AB के दिक् अनुपात 1, 2, 4 हैं।

AC के दिक् अनुपात $-2, -1, 1$ हैं।

समतल ABC के अभिलम्ब के दिक् अनुपात $2, -3, 1$ हैं, समतल ABC का समीकरण $2x - 3y + z = 0$ है।

माना अभीष्ट समतल का समीकरण $2x - 3y + z = k$ है, तब

$$\left|\frac{2 \times 1 - 3 \times 1 + 1 - k}{\sqrt{4 + 9 + 1}}\right| = 3$$

$\Rightarrow \quad k = \pm 3\sqrt{14}$

65. (a) दिया है कि $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \mathbf{d}$ सदिश इस प्रकार हैं

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \times (\mathbf{c} \times \mathbf{d}) = 0$$

समतल P_1, सदिश $\mathbf{a}$ तथा $\mathbf{b}$ से बनता है

$\therefore$ अभिलम्ब सदिश $\mathbf{n}_1 = \mathbf{a} \times \mathbf{b}$

समतल P_2, सदिश $\mathbf{c}$ तथा $\mathbf{d}$ से निर्मित हैं।

$\therefore$ अभिलम्ब सदिश $\mathbf{n}_2 = \mathbf{c} \times \mathbf{d}$

$$\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2 = 0$$

$\Rightarrow \quad \mathbf{n}_1 \parallel \mathbf{n}_2$

अतः समतल समान्तर है।

अतः दोनों के बीच कोण 0 है।

66. (b) प्रथम रेखा का समीकरण निम्न है,

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 2}{3} = \frac{z - 3}{4} = \lambda \quad \text{(माना)}$$

$\Rightarrow \quad x = 2\lambda + 1, y = 3\lambda + 2$ तथा $z = 4\lambda + 3$

अतः रेखा पर स्थित व्यापक बिन्दु के निर्देशांक $(2\lambda + 1, 3\lambda + 2, 4\lambda + 3)$ हैं।

द्वितीय रेखा का समीकरण निम्न है,

$$\frac{x - 4}{5} = \frac{y - 1}{2} = \frac{z - 0}{1} = \mu \text{ (माना)}$$

$\Rightarrow \quad x = 5\mu + 4, y = 2\mu + 1, z = \mu$

अतः रेखा पर स्थित व्यापक बिन्दु के निर्देशांक $(5\mu + 4, 2\mu + 1, \mu)$ हैं।

यदि रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं, तो उनका एक उभयनिष्ठ बिन्दु होता हैं। अतः λ तथा μ के कुछ मानों के लिए,

$2\lambda + 1 = 5\mu + 4, 3\lambda + 2 = 2\mu + 1$ तथा $4\lambda + 3 = \mu$

$\Rightarrow \quad 2\lambda - 5\mu = 3, 3\lambda - 2\mu = -1, 4\lambda - \mu = -3$

प्रथम दो समीकरणों को हल करने पर,

$$\lambda = -1 \text{ तथा } \mu = -1$$

चूँकि $\lambda = -1$ तथा $\mu = -1$ तृतीय समीकरण को सन्तुष्ट करते हैं।
अतः दी गई रेखाएँ प्रतिच्छेद करती हैं।

$(2\lambda + 1, 3\lambda + 2, 4\lambda + 3)$ में $\lambda = -1$ रखने पर प्रतिच्छेद बिन्दु के निर्देशांक $(-1, -1, -1)$ हैं।

67. C

68. (*a*) दिया गया समतल निम्न है, $\mathbf{r} \cdot (\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} - 5\hat{\mathbf{k}}) + 9 = 0$

जिसका कार्तीय समीकरण $x + 2y - 5z + 9 = 0$ है।
$\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{i}} + y\hat{\mathbf{j}} + z\hat{\mathbf{k}}$ रखने पर, समतल के लम्बवत् रेखा के दिक् अनुपात $(1, 2, -5)$ हैं। यदि यह रेखा बिन्दु $(1, 2, 3)$ से होकर जाती हो, तब रेखा का समीकरण निम्न है,

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-5} \quad \left(\because \frac{x-x_1}{a} = \frac{y-y_1}{b} = \frac{z-z_1}{c}\right)$$

उपरोक्त समीकरण का सदिश रूप निम्न है

$$\mathbf{r} = (1\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} + 3\hat{\mathbf{k}}) + \lambda(1\hat{\mathbf{i}} + 2\hat{\mathbf{j}} - 5\hat{\mathbf{k}})$$

जहाँ, λ वास्तविक संख्या है।

69. . (*d*) दी गई रेखाएँ निम्न हैं,

$$\frac{x+1}{7} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+1}{1} \text{ तथा } \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z-7}{1}$$

पहली रेखा के दिक् अनुपात $(7, -6, 1)$ तथा यह बिन्दु $(-1, -1, -1)$ से होकर जाती है। अतः दी गई रेखा का सदिश समीकरण निम्न है,

$$\mathbf{r}_1 = -\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}} + \lambda(7\hat{\mathbf{i}} - 6\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}})$$

इसी प्रकार, दूसरी रेखा का सदिश समीकरण निम्न है,

$$\mathbf{r}_2 = 3\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} + 7\hat{\mathbf{k}} + \mu(\hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}})$$

जोकि समीकरण $\mathbf{r}_1 = \mathbf{a}_1 + \lambda\, \mathbf{b}_1$ तथा $\mathbf{r}_2 = \mathbf{a}_2 + \mu\, \mathbf{b}_2$ के रूप में है।

जहाँ, $\mathbf{a}_1 = -\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}}, \mathbf{b}_1 = 7\hat{\mathbf{i}} - 6\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$

तथा $\mathbf{a}_2 = 3\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} + 7\hat{\mathbf{k}}, \mathbf{b}_2 = \hat{\mathbf{i}} - 2\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$

अब, $\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1 = (3\hat{\mathbf{i}} + 5\hat{\mathbf{j}} + 7\hat{\mathbf{k}}) - (-\hat{\mathbf{i}} - \hat{\mathbf{j}} - \hat{\mathbf{k}})$

$$= 4\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}} + 8\hat{\mathbf{k}}$$

तथा
$$\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2 = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ 7 & -6 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{\mathbf{i}}(-6 + 2) - \hat{\mathbf{j}}(7 - 1) + \hat{\mathbf{k}}(-14 + 6)$$

$$= -4\hat{\mathbf{i}} - 6\hat{\mathbf{j}} - 8\hat{\mathbf{k}}$$

$$|\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2| = \sqrt{(-4)^2 + (-6)^2 + (-8)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 36 + 64} = \sqrt{116} = 2\sqrt{29}$$

$\therefore$ दी गई रेखाओं के बीच की न्यूनतम दूरी d निम्न है,

$$d = \left|\frac{(\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2) \cdot (\mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1)}{|\mathbf{b}_1 \times \mathbf{b}_2|}\right| = \frac{|(-4\hat{\mathbf{i}} - 6\hat{\mathbf{j}} - 8\hat{\mathbf{k}}) \cdot (4\hat{\mathbf{i}} + 6\hat{\mathbf{j}} + 8\hat{\mathbf{k}})|}{2\sqrt{29}}$$

$$= \frac{|(-4) \times 4 + (-6) \times 6 + (-8) \times 8|}{2\sqrt{29}}$$

$$= \frac{|-16 - 36 - 64|}{2\sqrt{29}}$$

$$= \frac{116}{2\sqrt{29}} = \frac{58}{\sqrt{29}} = 2\sqrt{29} \text{ इकाई}$$

70. (*a*) $\because$ बिन्दुओं $(2, 3, 4)$ व $(6, 7, 8)$ को मिलाने वाली रेखा का मध्य-बिन्दु $(4, 5, 6)$ है।

यह बिन्दु समीकरण $x + y + z - 15 = 0$ को सन्तुष्ट करता है।
$\therefore x + y + z - 15 = 0$ अभीष्ट तल का समीकरण है।

71	4	72	0	73	3	74	9	75	0